

Exercice 1

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R}^* par

$$\forall x \in \mathbb{R}^*, f(x) = \frac{\sin(x^2)}{x}$$

Montrer que f peut-être prolongée par continuité sur \mathbb{R} .
Ce prolongement est-il de classe \mathcal{C}^1 sur \mathbb{R} ?

Exercice 2

Déterminer la dérivée n -ième de $f : x \mapsto e^{-x}(3x^2 + x - 5)$.

Exercice 3

Soit $P \in \mathbb{R}_n[X]$ un polynôme de degré n ayant n racines distinctes réelles.

1. Montrer que P' admet exactement $n - 1$ racines distinctes réelles.
2. Montrer que toutes les racines de $P^2 + 1$ sont complexes et toutes simples.