

Exercice 1

Les ensembles F suivants sont-ils des sous-espaces vectoriels de l'espace vectoriel E ?

Si oui, donner une famille génératrice de F .

1. $E = \mathbb{R}^4$, $F = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / x + 2y + 3z + t = 0\}$
2. $E = \mathbb{R}^2$, $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / xy \geq 0\}$
3. $E = \mathbb{C}^3$, $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 / x + y + z = 0 \text{ et } x + iy - z = 0\}$

Exercice 2

Dans l'espace vectoriel E indiqué, déterminer si les vecteurs donnés forment une famille libre ou liée.

1. $E = \mathbb{R}^3$: $\vec{x}_1 = (1, 1, -1)$, $\vec{x}_2 = (1, 0, -1)$, $\vec{x}_3 = (-1, 1, 1)$
2. $E = \mathbb{R}[X]$: $P_1(X) = X + 1$, $P_2(X) = X - 1$, $P_3(X) = X^2 - 1$
3. $E = \mathcal{C}^0(\mathbb{R}, \mathbb{R})$: $f = \cos$, $g = \sin$