Exercice 1

Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par

$$\forall x \in \mathbb{R},\ f(x) = \frac{2x}{(1+x^2)}$$

1. Déterminer $f(\mathbb{R})$.
2. Montrer que f réalise une bijection de $[-1,1]$ dans $[-1,1]$. Déterminer alors la fonction réciproque de f sur ces intervalles.

Exercice 2

Pour les fonctions suivantes, préciser si elles sont injectives, surjectives, bijectives en justifiant brièvement.

1. $f_1 : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R}^+ \\ x & \longmapsto & x^2 \end{array}$.
2. $f_2 : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^+ & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^2 \end{array}$.
3. $f_3 : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^+ & \longrightarrow & \mathbb{R}^+ \\ x & \longmapsto & x^2 \end{array}$.
4. $g : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^+ & \longrightarrow & \mathbb{R}^+ \\ x & \longmapsto & \sqrt{x} \end{array}$.
5. $h : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \exp(x) \end{array}$