

Exercice 1

Montrer par récurrence que pour tout entier $n \geq 0$,

$$\sum_{k=1}^n k^5 + \sum_{k=1}^n k^7 = 2 \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^4$$

Exercice 2

Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, on considère la somme S_n , contenant exactement n termes et définie par

$$S_n = \frac{1}{1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^3} + \dots$$

1. Ecrire cette somme en utilisant la notation \sum .
2. Montrer que la suite (S_n) est croissante.
3. Justifier pourquoi :

$$\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2, \quad \frac{1}{n^n} \leq \frac{1}{2^n}$$

4. En déduire que la suite (S_n) est majorée.