CHAPITRE 8

# Dérivation et fonctions trigonométriques

## 8.1 Dérivabilité en un point

### 8.1.1 Définitions

**Définition 1**

Soit $f : D \to \mathbb{R}$ et soit $a \in D$ tel que $f$ soit définie au voisinage de $a$.
On dit que **$f$ est dérivable en $a$** si la quantité :

$$\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

admet une limite finie lorsque $x \to a$. Si c'est le cas, cette limite est appelé **nombre dérivé de $f$ en $a$**, que l'on note $f'(a)$. On a donc

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = f'(a)$$

**Remarques :**

**R 1** – On peut également dire que

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

**R 2** – La quantité $\dfrac{f(x) - f(a)}{x - a}$ représente le coefficient directeur de la droite joignant les points de coordonnées $(x, f(x))$ et $(a, f(a))$. Si cette quantité admet une limite finie, cela correspond au coefficient directeur de la tangente.

**Théorème 2**

*Soit $f : D \to \mathbb{R}$ et soit $a \in D$. Si la fonction $f$ est dérivable en $x_0$, alors la courbe $\mathcal{C}_f$ admet une tangente au point d'abscisse $a$, dont l'équation est :*

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

**Démonstration :**

Notons $A$ le point de coordonnées $(a, f(a))$.
La tangente en $A$ a nécessairement une équation du type : $y = \alpha x + \beta$.
avec $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Comme on l'a remarqué ci-dessus, le coefficient directeur de la tangente en $A$ est $f'(a)$. On a donc $\alpha = f'(a)$. Ainsi l'équation de la tangente est : $y = f'(a)x + \beta$.
De plus, la droite doit passer par le point $A$. Donc l'équation doit être vérifiée pour $x = a$ et $y = f(a)$. Autrement dit : $f(a) = f'(a)a + \beta \Longleftrightarrow \beta = f(a) - af'(a)$.
Ainsi l'équation de la droite est : $y = f'(a)x + f(a) - af'(a) = f'(a)(x-a) + f(a)$.

**Remarque :**

Si la quantité $\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ tend vers $\pm\infty$, la fonction $f$ ne sera pas dérivable en $a$, mais la courbe admettra une (demi-)tangente verticale en $a$.

### 8.1.2 Propriétés

**Théorème 3**

*Soit $f : D \to \mathbb{R}$ et soit $a \in D$.*
*Si la fonction $f$ est dérivable en $a$, alors $f$ est continue en $a$.*

**Démonstration :**

Supposons que la fonction $f$ soit dérivable en $a$. On a donc : $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} = f'(a)$.
Puisque $\lim\limits_{x\to a}(x-a) = 0$, pour que la fraction admette une limite finie, il est nécessaire qu'on ait une f.I. "$\dfrac{0}{0}$", et donc nécessairement

$$\lim_{x\to a}(f(x) - f(a)) = 0 \Longrightarrow \lim_{x\to a} f(x) = f(a)$$

**Remarque :**

La réciproque est fausse. Par exemple, la fonction valeur absolue $x \mapsto |x|$ est continue en 0 mais n'est pas dérivable en 0.

**Définition 4**

Soit $f : D \to \mathbb{R}$ et soit $a \in D$.

- On dit que $f$ est **dérivable en $a$ à droite**, si $\lim\limits_{x\to a^+} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ existe et est finie. On note alors cette limite $f'_d(a)$.
- On dit que $f$ est **dérivable en $a$ à gauche**, si $\lim\limits_{x\to a^-} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ existe et est finie. On note alors cette limite $f'_g(a)$.

**Proposition 5**

$$f \textit{ dérivable en } a \in D \iff \begin{cases} f \textit{ dérivable à droite en } a \\ f \textit{ dérivable à gauche en } a \\ f'_d(a) = f'_g(a) \end{cases}$$

## 8.2 Opérations sur les fonctions dérivables

### 8.2.1 Somme, produit, quotient

**Théorème 6**

*Soient $f$ et $g$ deux fonctions dérivables en $a$. Alors*

1. *$f+g$ est dérivable en $a$ et*
$$(f+g)'(a) = f'(a) + g'(a)$$
2. *$fg$ est dérivable en $a$ et*
$$(fg)'(a) = f'(a)g(a) + f(a)g'(a)$$
3. *Si $g(a) \neq 0$, alors $\dfrac{f}{g}$ est dérivable en $a$ et :*
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(a) = \frac{f'(a)g(a) - f(a)g'(a)}{(g(a))^2}$$
4. *Pour tout $\lambda \in \mathbb{R}$, $\lambda f$ est dérivable en $a$ et $(\lambda f)'(a) = \lambda f'(a)$.*

**Démonstration :**

Démonstration pour le produit. Pour tout $x \in D$ dans un voisinage de $a$ :

$$\begin{aligned}
\frac{(fg)(x) - fg(a)}{x-a} &= \frac{f(x)g(x) - f(a)g(a)}{x-a} \\
&= \frac{f(x)(g(x)-g(a)) + g(a)f(x) - f(a)g(a)}{x-a} \\
&= \frac{f(x)(g(x)-g(a)) + g(a)(f(x)-f(a))}{x-a} \\
&= f(x)\frac{g(x)-g(a)}{x-a} + g(a)\frac{f(x)-f(a)}{x-a} \\
&\underset{x\to a}{\longrightarrow} f(a)g'(a) + f'(a)g(a)
\end{aligned}$$

Démonstration pour le quotient. Puisque $g(a) \neq 0$ et que $g$ est continue en $a$, on sait que sur tout un voisinage de $a$, les $g(x)$ sont non nuls. On a alors :

$$\begin{aligned}
\frac{\left(\frac{f}{g}\right)(x) - \left(\frac{f}{g}\right)(a)}{x-a} &= \frac{\frac{f(x)}{g(x)} - \frac{f(a)}{g(a)}}{x-a} \\
&= \frac{f(x)g(a) - f(a)g(x)}{(x-a)g(x)g(a)} \\
&= \frac{(f(x)-f(a))g(a) + f(a)g(a) - f(a)g(x)}{(x-a)g(x)g(a)} \\
&= \frac{\frac{f(x)-f(a)}{x-a}g(a) - f(a)\frac{g(x)-g(a)}{x-a}}{g(x)g(a)} \\
&\underset{x\to a}{\longrightarrow} \frac{f'(a)g(a) - f(a)g'(a)}{(g(a))^2}
\end{aligned}$$

### 8.2.2 Dérivée d'une composée

**Théorème 7**

*Soit $f : I \to J$ dérivable en un point $a \in I$. Soit $g : J \to \mathbb{R}$ dérivable en $b = f(a) \in J$.*
*Alors la fonction $g \circ f$ est dérivable en $a$ et* $\boxed{(g \circ f)'(a) = f'(a) \times g'(f(a))}$.

### 8.2.3 Dérivée d'une fonction réciproque

**Théorème 8**

*Soit $f : I \to J = f(I)$ une fonction continue et strictement monotone sur $I$.*
*On sait alors que $f$ est une bijection de $I$ sur un intervalle $J$.*
*Soit $a \in I$ tel que $f$ soit dérivable en $a$. Notons $b = f(a) \in J$ (et donc $a = f^{-1}(b)$).*
*Alors*

$$f^{-1} \text{ est dérivable en } b = f(a) \iff f'(a) \neq 0$$

*Dans ce cas, on a :*

$$\boxed{(f^{-1})'(b) == (f^{-1})'(f(a)) = \frac{1}{f'(a)} = \frac{1}{f'(f^{-1}(b))}}$$

**Remarque :**

Graphiquement, une fonction est dérivable en un point si sa courbe représentative admet une tangente NON VERTICALE en ce point.
Puisque les courbes de $f$ et $f^{-1}$ sont symétriques par rapport à l'axe $y = x$, la courbe de $f^{-1}$ admet bien une tangente non verticale en un point si et seulement si la courbe de $f$ n'admet pas de tangente horizontale au point symétrique. C'est pour cela qu'il faut que $f'(a) \neq 0$.

### 8.2.4 Dérivabilité et équivalent

**Théorème 9**

*Soit $f$ une fonction dérivable en $a$ telle que $f'(a) \neq 0$. Alors :* $\boxed{f(x) - f(a) \underset{x \to a}{\sim} f'(a)(x - a)}$

**Exemples :**

**E 1** –

$$\exp(x) - \exp(0) \underset{x \to 0}{\sim} \exp'(0)(x - 0) \implies \boxed{e^x - 1 \underset{x \to 0}{\sim} x}$$

$$\ln(x) - \ln(0) \underset{x \to 1}{\sim} \ln'(1)(x - 1) \implies \boxed{\ln(x) \underset{x \to 1}{\sim} x - 1}$$

En notant $\forall x > -1$, $f(x) = \ln(1 + x)$ et donc $f'(x) = \dfrac{1}{1 + x}$

$$f(x) - f(0) \underset{x \to 0}{\sim} f'(0)(x - 0) \implies \boxed{\ln(1 + x) \underset{x \to 0}{\sim} x}$$

En notant $\forall x > -1$, $g(x) = (1 + x)^\alpha$ et donc $g'(x) = \alpha(1 + x)^{\alpha - 1}$

$$g(x) - g(0) \underset{x \to 0}{\sim} g'(0)(x - 0) \implies \boxed{(1 + x)^\alpha - 1 \underset{x \to 0}{\sim} \alpha x}$$

## 8.3 Fonctions circulaires

### 8.3.1 Fonction Sinus

**Définition 10**

Soit $x \in \mathbb{R}$. La **fonction sinus**, notée sin, est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\sin(x) = \mathrm{Im}(e^{ix})$$

Elle vérifie :

- $\forall x \in \mathbb{R},\ -1 \leqslant \sin(x) \leqslant 1$
- $\forall x \in \mathbb{R},\ \sin(-x) = -\sin(x)$ (elle est impaire)
- $\forall x \in \mathbb{R},\ \sin(x + 2\pi) = \sin(x)$ (elle est $2\pi$-périodique)

**Proposition 11**

*La fonction* sin *est continue et dérivable sur* $\mathbb{R}$ *et*

$$\forall x \in \mathbb{R},\ \boxed{\sin'(x) = \cos(x)}$$

**Démonstration :**

On a pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$\sin(x) = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i} = \frac{1}{2i}e^{ix} - \frac{1}{2i}e^{-ix}$$

Ainsi,

$$\sin'(x) = \frac{1}{2i} \times ie^{ix} - \frac{1}{2i} \times (-i)e^{-ix} = \frac{1}{2}e^{ix} + \frac{1}{2}e^{-ix} = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} = \cos(x)$$

**Théorème 12**

*Puisque la fonction* sin *est dérivable en* $0$ *et que sa dérivée vaut* $\cos(0) = 1$*, on en déduit que*

$$\boxed{\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1} \qquad \textit{et} \qquad \boxed{\sin(x) \underset{x \to 0}{\sim} x}$$

### 8.3.2 Fonction Cosinus

**Définition 13**

Soit $x \in \mathbb{R}$. La **fonction cosinus**, notée cos, est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\cos(x) = \mathrm{Re}(e^{ix})$$

Elle vérifie :

- $\forall x \in \mathbb{R},\ -1 \leqslant \cos(x) \leqslant 1$
- $\forall x \in \mathbb{R},\ \cos(-x) = -\cos(x)$ (elle est paire)
- $\forall x \in \mathbb{R},\ \cos(x + 2\pi) = \cos(x)$ (elle est $2\pi$-périodique)
- $\forall x \in \mathbb{R},\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin(x)$

**Proposition 14**

*La fonction* cos *est continue et dérivable sur* $\mathbb{R}$ *et*

$$\forall x \in \mathbb{R},\ \boxed{\cos'(x) = -\sin(x)}$$

**Démonstration :**

On a pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos(x) = \dfrac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} = \dfrac{1}{2}e^{ix} + \dfrac{1}{2}e^{-ix}$. Ainsi,

$$\cos'(x) = \frac{1}{2} \times ie^{ix} + \frac{1}{2} \times (-i)e^{-ix} = i\left(\frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2}\right) = -\frac{1}{i}\left(\frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2}\right) = -\frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i} = -\sin(x)$$

**Théorème 15**

*Puisque la fonction* cos *est dérivable en* 0 *et que sa dérivée vaut* $\sin(0) = 0$, *on en déduit que*

$$\boxed{\lim_{x \to 0} \frac{\cos(x) - 1}{x} = 0}. \qquad \textit{De plus, on a } \boxed{\cos(x) - 1 \underset{x \to 0}{\sim} -\frac{x^2}{2}}$$

**Démonstration :**

$\cos(x) - 1 = \mathrm{Re}(e^{ix} - 1)$. Or, $e^{ix} - 1 = e^{\frac{ix}{2}}\left(e^{\frac{ix}{2}} - e^{\frac{-ix}{2}}\right) = e^{\frac{ix}{2}} 2i \sin\left(\frac{x}{2}\right) = 2i\sin\left(\frac{x}{2}\right)\left(\cos\left(\frac{x}{2}\right) + i\sin\left(\frac{x}{2}\right)\right)$.
Ainsi

$$\cos(x) - 1 = -2\left(\sin\left(\frac{x}{2}\right)\right)^2 \underset{x \to 0}{\sim} -2\frac{x}{2}\frac{x}{2} = -\frac{x^2}{2}$$

### 8.3.3 Fonction Tangente

**Définition 16**

Soit $x \in \mathbb{R}$. La **fonction tangente**, notée tan, est la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z} \right\}$ par :

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

Elle vérifie :

- $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z} \right\},\ \tan(-x) = -\tan(x)$ (elle est paire)
- $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z} \right\},\ \tan(x+\pi) = \tan(x)$ (elle est $\pi$-périodique)

**Proposition 17**

*La fonction* tan *est continue et dérivable sur son domaine de définition et*

$$\forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z} \right\},\ \boxed{\tan'(x) = 1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}}$$

**Démonstration :**

La fonction tangente est le quotient de deux fonctions dérivables dont le dénominateur ne s'annule pas sur $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z} \right\}$. Ainsi, la fonction tangente est dérivable en tout point $x$ de $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z} \right\}$ et

$$\tan'(x) = \frac{\sin'(x)\cos(x) - \cos'(x)\sin(x)}{(\cos(x))^2} = \frac{\cos^2(x) + \sin^2(x)}{(\cos(x))^2} = \frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)$$

**Théorème 18**

*Puisque la fonction* tan *est dérivable en* $0$ *et que sa dérivée vaut* $1 + \tan^2(0) = 1$*, on en déduit que*

$$\boxed{\lim_{x \to 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1} \qquad \text{et} \qquad \boxed{\tan(x) \underset{x \to 0}{\sim} x}$$

## 8.4 Fonctions circulaires réciproques

### 8.4.1 Fonction Arcsin

**Définition 19**

La fonction sin est continue et strictement croissante sur $[-\pi/2, \pi/2]$. Elle est donc bijective de $[-\pi/2, \pi/2]$ vers $[\sin(-\pi/2), \sin(\pi/2) = [-1, 1]$ et admet donc une fonction réciproque sur ces intervalles, qu'on appelle **fonction Arcsinus**, notée Arcsin.

$$\text{Arcsin} : [-1,1] \longrightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

**Remarques :**

**R 1** – Puisque sin et Arcsin sont réciproques l'une de l'autre, on en déduit que :

$$\forall x \in [-1,1], \quad \sin(\text{Arcsin}(x)) = x$$

$$\forall x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \quad \text{Arcsin}(\sin(x)) = x$$

**R 2** – Puisque sin est strictement croissante sur $[-\pi/2, \pi/2]$, la fonction Arcsin est également strictement croissante sur $[-1, 1]$

**R 3** – Puisque $\cos^2 + \sin^2 = 1$, on a pour tout $x \in [-1, 1]$, $\cos(\text{Arcsin}(x)) = \sqrt{1 - \sin^2(\text{Arcsin}(x))} = \sqrt{1 - x^2}$.

**Proposition 20**

*La fonction Arcsin est continue sur $[-1, 1]$ et dérivable uniquement sur $]-1, 1[$. De plus*

$$\boxed{\forall x \in ]-1,1[, \qquad \mathit{Arcsin}'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}$$

**Démonstration :**

Puisque la fonction sin est dérivable sur $[-\pi/2, \pi/2]$ et que $\sin' = \cos$. On sait que :

$$\text{Arcsin dérivable en } \sin(a) \iff \sin'(a) \neq 0 \iff \cos(a) \neq 0 \iff a \notin \left\{-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right\}$$

Ainsi Arcsin est dérivable sur tout $[-1, 1]$ sauf en $\sin(-\pi/2) = -1$ et en $\sin(\pi/2) = 1$, autrement dit, Arcsin est dérivable sur $]-1, 1[$. De plus,

$$\forall x \in ]-1,1[, \quad \text{Arcsin}'(x) = (\sin^{-1})'(x) = \frac{1}{\sin'(\sin^{-1}(x))} = \frac{1}{\sin'(\text{Arcsin}(x))} = \frac{1}{\cos(\text{Arcsin}(x))} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

**Proposition 21**

*Puisque la fonction Arcsin est dérivable en $0$ et que sa dérivée vaut $\frac{1}{\sqrt{1-0^2}} = 1$, on en déduit que*

$$\boxed{\lim_{x\to 0} \frac{\mathit{Arcsin}(x)}{x} = 1} \qquad \text{et} \qquad \boxed{\mathit{Arcsin}(x) \underset{x\to 0}{\sim} x}$$

### 8.4.2 Fonction Arccos

**Définition 22**

La fonction cos est continue et strictement décroissante sur $[0, \pi]$. Elle est donc bijective de $[0, \pi]$ vers $[\cos(\pi), \cos(0)] = [-1, 1]$ et admet donc une fonction réciproque sur ces intervalles, qu'on appelle **fonction Arccosinus**, notée Arccos.

$$\text{Arccos} : [-1, 1] \longrightarrow [0, \pi]$$

**Remarques :**

**R 1** – Puisque cos et Arccos sont réciproques l'une de l'autre, on en déduit que :

$$\forall x \in [-1, 1], \quad \cos(\text{Arccos}(x)) = x$$

$$\forall x \in [0, \pi], \quad \text{Arccos}(\cos(x)) = x$$

**R 2** – Puisque cos est strictement décroissante sur $[0, \pi]$, la fonction Arccos est également strictement décroissante sur $[-1, 1]$

**R 3** – Puisque $\cos^2 + \sin^2 = 1$, on a pour tout $x \in [-1, 1]$, $\sin(\text{Arccos}(x)) = \sqrt{1 - \cos^2(\text{Arccos}(x))} = \sqrt{1 - x^2}$.

**Proposition 23**

*La fonction Arccos est continue sur $[-1, 1]$ et dérivable uniquement sur $]-1, 1[$. De plus*

$$\boxed{\forall x \in ]-1, 1[, \qquad \text{Arccos}'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1 - x^2}}}$$

**Démonstration :**

Puisque la fonction cos est dérivable sur $[0, \pi]$ et que $\cos' = -\sin$. On sait que :

$$\text{Arccos dérivable en} \quad \cos(a) \iff \cos'(a) \neq 0 \iff -\sin(a) \neq 0 \iff a \notin \{0, \pi\}$$

Ainsi Arccos est dérivable sur tout $[-1, 1]$ sauf en $\cos(0) = 1$ et en $\cos(\pi) = 1$, autrement dit, Arccos est dérivable sur $]-1, 1[$. De plus,

$$\forall x \in ]-1, 1[, \quad \text{Arccos}'(x) = (\cos^{-1})'(x) = \frac{1}{\cos'(\cos^{-1}(x))} = \frac{1}{\cos'(\text{Arccos}(x))} = \frac{1}{-\sin(\text{Arccos}(x))} = \frac{-1}{\sqrt{1 - x^2}}$$

### 8.4.3 Fonction Arctan

**Définition 24**

La fonction tan est continue et strictement croissante sur $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$. Elle est donc bijective de $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ vers $\left]\lim_{x\to-\pi/2} \tan(x), \lim_{x\to\pi/2} \tan(x)\right[ = ]-\infty, +\infty[$ et admet donc une fonction réciproque sur ces intervalles, qu'on appelle **fonction Arctangente**, notée Arctan.

$$\text{Arctan} : \mathbb{R} \longrightarrow \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$$

**Remarques :**

- **R 1** – Puisque tan et Arctan sont réciproques l'une de l'autre, on en déduit que :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad \tan(\text{Arctan}(x)) = x, \qquad \forall x \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[, \quad \text{Arctan}(\tan(x)) = x$$

- **R 2** – Puisque tan est strictement croissante sur $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$, la fonction Arctan est également strictement croissante sur $\mathbb{R}$

**Proposition 25**

*La fonction Arctan est continue et dérivable sur $\mathbb{R}$. De plus* $\boxed{\forall x \in \mathbb{R}, \qquad \text{Arctan}'(x) = \frac{1}{1+x^2}}$.

**Démonstration :**

Puisque la fonction tan est dérivable sur $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ et que $\tan' = 1 + \tan^2$. On sait que :

$$\text{Arctan dérivable en } \tan(a) \iff \tan'(a) \neq 0 \iff 1 + \tan^2(a) \neq 0 \ \text{ : tjs vrai !}$$

Ainsi Arctan est dérivable en tout réel de $\mathbb{R}$. De plus,

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad \text{Arctan}'(x) = (\tan^{-1})'(x) = \frac{1}{\tan'(\tan^{-1}(x))} = \frac{1}{\tan'(\text{Arctan}(x))} = \frac{1}{1+\tan^2(\text{Arctan}(x))} = \frac{1}{1+x^2}$$

**Proposition 26**

*La fonction Arctan admet pour limites :* $\boxed{\lim_{x\to-\infty} \text{Arctan}(x) = -\frac{\pi}{2}}$ *et* $\boxed{\lim_{x\to+\infty} \text{Arctan}(x) = \frac{\pi}{2}}$.

*Sa courbe représentative admet donc deux asymptotes horizontales d'équations $y = -\frac{\pi}{2}$ et $y = \frac{\pi}{2}$.*