Corrigé de l'interrogation écrite n°1 (A)

1) f est définie si et seulement si $x-1 \neq 0$ *et* $\frac{x+1}{x-1} > 0$.

On a le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{x+1}{x-1}$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	

Soit $D_f =]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$

2) Soit $x \in \mathbb{R}\backslash\{1\}$, on a : $1 + \frac{2}{x-1} = \frac{x-1+2}{x-1} = \frac{x+1}{x-1}$

3) On considère g : $]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[\rightarrow]-\infty; -2[\cup]0; +\infty[$

$x \mapsto x-1$

Puis h : $]-\infty\,; -2[\cup]0\,; +\infty[\ \rightarrow]\frac{-1}{2}\,; 0[\cup]0\,; +\infty[$

$x \mapsto \frac{1}{x}$

Puis i : $]\frac{-1}{2}\,; 0[\cup]0\,; +\infty[\ \rightarrow]0\,; 1[\cup]1; +\infty[$

$x \mapsto 1 + 2x$

Puis ln : $]0\,; +\infty[\backslash\{1\} \rightarrow \mathbb{R}^*$

$x \mapsto \ln(x)$

g est strictement croissante sur $]-\infty; -1[$ *et sur* $]1; +\infty[$;
h est strictement décroissante sur $]-\infty\,; -2[$ *et sur* $]0\,; +\infty[$;
i est strictement croissante sur $]\frac{-1}{2}\,; 0[$ *et sur* $]0\,; +\infty[$
et enfin ln est strictement croissante sur $]0\,; +\infty[\backslash\{1\}$.
Par composition, f est strictement décroissante sur $]-\infty\,; -1[$ *et sur* $]1\,; +\infty[$;
à *valeurs dans* $\mathbb{R}^*$.

Corrigé de l'interrogation écrite n°1 (B)

1) f est définie si et seulement si $x-1 \neq 0 \; et \; \frac{-x-1}{x-1} \geq 0$.

On a le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$-x-1$		$+$	0	$-$		$-$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{x+1}{x-1}$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	

Soit $D_f = [-1 \; ; \; 1[$.

2) Soit $x \in \mathbb{R}\backslash\{1\}$, on a : $-1 - \frac{2}{x-1} = \frac{-(x-1)-2}{x-1} = \frac{-x-1}{x-1}$

3) On considère g : $[-1 \; ; \; 1[\to [-2 \; ; 0[$

$x \mapsto x-1$

Puis h : $[-2 \; ; 0[\to]-\infty ; \frac{-1}{2}]$

$x \mapsto \frac{1}{x}$

Puis i : $]-\infty ; \frac{-1}{2}] \to [0 ; +\infty[$

$x \mapsto -1-2x$

Puis r : $[0 ; +\infty[\to [0 ; +\infty[$

$x \mapsto \sqrt{x}$

g est strictement croissante sur $[-1 \; ; \; 1[$;
h est strictement décroissante sur $[-2 \; ; 0[$;
i est strictement décroissante sur $]-\infty ; \frac{-1}{2}]$
et enfin r est strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$.
Par composition, f est strictement croissante sur $[-1 \; ; \; 1[$, à valeurs dans $\mathbb{R}^+$.

Corrigé de l'interrogation écrite n°1 (C)

1) f est définie si et seulement si $\frac{x+1}{x-1}existe$ c'est-à-dire si et seulement $x-1 \neq 0$
Soit $D_f = \mathbb{R}\backslash\{1\}$.

2) Soit $x \in \mathbb{R}\backslash\{1\}$, on a : $1+\frac{2}{x-1} = \frac{x-1+2}{x-1}=\frac{x+1}{x-1}$
3) On considère g : $\mathbb{R}\backslash\{1\} \rightarrow \mathbb{R}\backslash\{0\}$
$x \rightarrow x-1$
Puis h : $\mathbb{R}\backslash\{0\}\rightarrow \mathbb{R}\backslash\{0\}$
$x \mapsto \frac{1}{x}$

Puis i : $\mathbb{R}\backslash\{0\} \rightarrow \mathbb{R}\backslash\{1\}$
$x \mapsto 1+2x$

Puis exp : $\mathbb{R}\backslash\{1\} \rightarrow \mathbb{R}^{+}\backslash\{\mathrm{e}\}$
$x \mapsto e^{x}$

g est strictement croissante sur $]-\infty\,;1[$ $et\ \ sur$ $]1\,;+\infty[$;
h est strictement décroissante sur $]-\infty\,;0[$ $et\ \ sur$ $]0\,;+\infty[$;
i est strictement croissante sur $]-\infty\,;1[$ $et\ \ sur$ $]1\,;+\infty[$;
et enfin exp est strictement croissante sur $]-\infty\,;1[$ $et\ \ sur$ $]1\,;+\infty[$;
Par composition, f est strictement décroissante sur $]-\infty;1[$ $et\,sur$ $]1;+\infty[$; à valeurs dans $\mathbb{R}^{+}\backslash\{\mathrm{e}\}$.

Corrigé de l'interrogation écrite n°1 (D)

1) f est définie si et seulement si $\frac{-x-1}{x-1}$ existe c'est-à-dire si et seulement si $x-1 \neq 0$.
Soit $D_f = \mathbb{R}\backslash\{1\}$

2) Soit $x \in \mathbb{R}\backslash\{1\}$, on a : $-1-\frac{2}{x-1} = \frac{-(x-1)-2}{x-1}=\frac{-x-1}{x-1}$
3) On considère g : $\mathbb{R}\backslash\{1\}\rightarrow \mathbb{R}\backslash\{0\}$
$x \mapsto x-1$
Puis h : $\mathbb{R}\backslash\{0\}\rightarrow \mathbb{R}\backslash\{0\}$
$x \mapsto \frac{1}{x}$

Puis i : $\mathbb{R}\backslash\{0\}\rightarrow \mathbb{R}\backslash\{-1\}$
$x \mapsto -1-2x$

Puis Arctan : $\mathbb{R}\backslash\{-1\} \rightarrow \mathbb{R}\backslash\{-\frac{\pi}{4}\}$
$x \mapsto \mathrm{Arctan}(x)$

g est strictement croissante sur $]-\infty\,;1[$ $et\ \ sur$ $]1\,;+\infty[$;
h est strictement décroissante sur $]-\infty\,;0[$ $et\ \ sur$ $]0\,;+\infty[$;;
i est strictement décroissante sur $]-\infty\,;0[$ $et\ \ sur$ $]0\,;+\infty[$;
et enfin r est strictement croissante sur $]-\infty\,;-1[$ $et\ \ sur$ $]-1\,;+\infty[$;
Par composition, f est strictement croissante sur $]-\infty\,;1[$ $et\ \ sur$ $]1\,;+\infty[$; à valeurs dans $\mathbb{R}\backslash\{-\frac{\pi}{4}\}$