

Bonjour à tous, pour ce devoir surveillé vous pouvez vous auto-évaluer. Pour cela vous avez accès au corrigé, au barème ci-dessous et au tableau de notes anonymées. Comme pour le DS3, téléchargez-le et renvoyez-le moi. Repérez bien votre numéro d'anonymat et complétez la bonne ligne. Si vous n'arrivez pas du tout à compléter le tableau ce n'est pas grave, vous pouvez m'envoyer le détail de vos points question par question, exercice par exercice en utilisant le barème, inutile de faire les totaux, le classeur excel s'en chargera. N'hésitez pas à me poser des questions si certains points ne sont pas clairs.

Deadline : 25 juin 2020

### Barème du DS4 (sur 80 points)

#### **Problème 1 (/33):**

A1) 3 points : 1 pour le calcul de  $g'(t)$

+ 1 pour l'étude du signe de  $g'(t)$

+ 1 point le tableau de variations de  $g$  sur  $[0 ; 1]$  avec les extrema

A2) 2 points : 1 pour reconnaître l'application de l'IAF

+1 si les hypothèses d'application sont bien précisées.

A3) 3 points : 1 pour  $u, v', u', v$

+0,5 pour la première IPP

+1 pour la deuxième IPP

+0,5 pour la conclusion

A4) 1 point : 0,25 pour primitiver

+0,25 pour évaluer

+0,5 pour calculer une fraction avec des nombres complexes

B1) 1 point pour primitiver et évaluer

B2) 2 points : 1 pour  $\phi(0)$

+1 pour la continuité avec le DL de  $\cos$  ou l'équivalent usuel

B3a) 2 points : 0,5 pour dérivabilité par opérations

+1,5 pour le calcul de  $\phi'(x)$

B3b) 2 points : 1 pour le DL par opérations

+ 0,5 pour justifier que  $\phi$  est dérivable en 0 car il y a un  $DL_1(0)$

+ 0,5 pour  $\phi'(0)$

B3c) 2 points : 0,5 pour la continuité de  $\phi'$  sur  $]-\infty; 0[$  et sur  $]0 ; +\infty[$

+0,5 pour  $\frac{\sin(x)}{x}$

+0,5 pour  $\frac{1-\cos(x)}{x^2}$

+0,5 pour conclure sur la continuité de  $\phi'$  en 0

B4a) 1 point : avec le résultat de la question B1 ou par calcul de l'intégrale.

B4b) 2 points : 1 pour reconnaître l'application du th de Rolle

+1 pour vérifier les hypothèses

C1) 1 point pour évoquer la continuité de la fonction  $t \rightarrow f(t)\sin(xt)$  sur  $[0 ; 1]$  pour tout réel  $x$

C2) 1 point : 0,5 pour remarquer que  $\psi$  est impaire  
+0,5 pour justifier par imparité de  $\sin$

C3) 1 point : 0,5 pour  $x$   
+0,5 pour  $f$

C4) 1 point

C5a) 1 point : par continuité de  $f'$  sur un segment

C5b) 2 points : 1 pour IPP  
+ 0,5 pour inégalité triangulaire pour les intégrales  
+0,5 pour inégalité triangulaire

C5c) 2 points : 1 pour la limite en  $+\infty$  en évoquant le théorème des gendarmes  
+1 pour la limite en  $-\infty$  par imparité

C6a) 1 point par continuité de  $f$  sur un segment

C6b) 1 point : 0,5 pour évoquer l'IAF  
+0,5 pour vérifier les hypothèses d'application

C6c) 1 point : 0,25 pour inégalité triangulaire  
+0,25 pour évoquer la question C6b)  
+0,25 pour faire intervenir  $M$   
+0,25 pour conclure en calculant l'intégrale

### **Exercice 1 (/19):**

A1) 1 point : rappeler la formule d'une probabilité conditionnelle

A2) 1 point : 0,5 pour  $P(X=n)$   
+0,5 pour  $P(X \geq n)$

A3a) 1 point

A3b) 2 points : 1,5 pour reconnaître une somme partielle télescopique  
+0,5 pour passer à la limite

A3c) 1 point

A3d) 1 point

A3e) 1 point

B1) 1 point : 0,5 pour nombre de tirages possibles  
+0,5 pour nombre de tirages avec la boule qui porte le numéro  $n$

B2) 4 points : 1 pour loi de Bernoulli  
+ 1 pour le paramètre  $p = \frac{1}{2}$

+ 1 pour l'espérance  
+1 pour la variance

B3) 2 points : 0,5 pour nombre de tirages favorables  
+0,5 pour loi de  $X_i X_j$   
+1 pour  $\text{Cov}(X_i; X_j)$

B4) 2 points : 0,5 pour espérance par linéarité  
+1,5 pour variance

B5) 2 points : 1 par linéarité de l'espérance  
+1 pour reconnaître la somme des premiers entiers

**Exercice 2 (/15):**

1a) 1 point pour vérifier que  $\text{Tr}(\lambda M + N) = \lambda \text{Tr}(M) + \text{Tr}(N)$

1b) 1 point pour déterminer au moins 2 antécédents de  $a \in \mathbb{R}$

1c) 1 point : 0,5 point pour évoquer le th du rang  
+0,5 pour son application

2a) 2 points : 1 pour linéarité  
+1 pour vérifier que  $\varphi(M) \in M_n(\mathbb{R})$

2b) 2 points : 1 pour vérifier que  $\text{Ker}(\varphi) = \{0_n\}$   
+ 1 pour application du th du rang pour vérifier la surjectivité.  
(toute autre démarche est à valoriser si elle est correctement menée)

2c) 2 points : 1 pour reconnaître le noyau d'une application linéaire donc un sev  
+1 pour sa dimension en référence à la question 1c)

3a) 2 points : 1 pour linéarité  
+1 pour vérifier que  $\psi(M) \in M_n(\mathbb{R})$

3b) 2 points : 1 pour  $\text{Ker}(\psi) \subset \text{Vect}(A)$   
+1 pour l'inclusion réciproque

3c) 2 points : 1 pour th du rang  
+ 1 pour  $\text{Im}(\psi) \subset \text{Ker}(\text{Tr})$ .

**Exercice 3 (/13):**

1a) 3 points : 1 pour calcul de  $f'$   
+1 pour signe de  $f'$   
+1 pour limites aux bornes de l'ensemble de définition

1b) 2 points : 1 par DA

1c) 1 point : par opération sur les DA précédents

1d) 1 point

2a) 1 point en utilisant la question 1c)

2b) 1 point : 0,5 pour convergence de la série  
+0,5 pour reconnaître une somme télescopique

2c) 1 point par positivité de l'intégrale (enlever 0,25 si vous ne précisez pas que les bornes sont dans le bon ordre)

2d) 2 points : 1 pour  $u_n \geq 0$   
+1 pour  $u_n \leq 1$

2e) 1 point