Fonctions. Limites.

Questions de cours

K08.1 **Mathilde L.**

Fonction valeur absolue : définition, graphe, propriétés.

K08.2 **Alexandre, Marion, Mathilde L.**

Fonction partie entière : définition, graphe, propriétés.

K08.3 **Damien, Mathilde B.**

Fonction racine carrée : définition, graphe, propriétés.

K08.4 **Damien**

Fonction inverse : définition, graphe, propriétés.

K08.5 **Manon V., Martin**

Fonction logarithme népérien : définition, graphe, propriétés.

K08.6 **Marie, Martin**

Fonction exponentiell : définition, graphe, propriétés.

K08.7 **Adèle, Camille, Claire, Damien, Jean-Damien, Mathilde B.**

Traduire avec des quantificateurs la phrase

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \ell$$

K08.8 **Capucine, Constance Be., Inès, Juliette, Mathilde L., Manon V., Matthieu P.**

Traduire avec des quantificateurs la phrase

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$$

K08.9 **Capucine, Cécile, Hélène, Inès, Manon P., Martin**

Traduire avec des quantificateurs la phrase

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty$$

K08.10 **Jean-Damien**

Définition de :
- f admet pour limite à gauche ℓ en x_0
- f admet pour limite à droite ℓ en x_0
- f continue en x_0

Fonctions

K08.11 **Hélène**

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \ln(x^2 + x - 6)$$

Déterminer le domaine de définition de f. Calculer les limites de f aux bornes de D_f. Calculer $f'(x)$ lorsque cela est possible et en déduire le tableau de variations de f.
La fonction f est-elle paire ? impaire ?

K08.12 **Damien**

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \frac{\ln(2 + 2x + x^2)}{x^2 + 2x + 2}$$

Etudier la fonction f (dérivée, variations limites).
Montrer que la droite d'équation $x = -1$ est un axe de symétrie de la courbe représentative de f.
Donner l'allure du graphe de f.

K08.13 **Martin**

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{2x^2 - 4x + 7}$$

Etudier la fonction f (dérivée, variations limites).
Montrer que la droite d'équation $x = 1$ est un axe de symétrie de la courbe représentative de f.
Donner l'allure du graphe de f.

K08.14 **Manon P.**

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \exp\left(\sqrt{x^4 - 1}\right)$$

Déterminer D_f, le signe de f sur D_f et montrer que f est paire.
Déterminer les limites de f aux bornes de D_f.
Calculer $f'(x)$ pour tout x où cela est possible. En déduire un tracé de $\mathcal{C}_f$.

K08.15 **Camille**

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \frac{\sqrt{3x^3 - 24}}{(x^2 - 5x + 6)^2}$$

Déterminer D_f et le signe de f sur D_f.
Déterminer les limites de f aux bornes de D_f.
Calculer $f'(x)$ pour tout x où cela est possible. En déduire un tracé de $\mathcal{C}_f$.

K08.16 **Manon V.**

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \ln\left(\sqrt{x^2 - 2x + 3}\right)$$

Déterminer le domaine de définition de f, son domaine de dérivabilité et exprimer $f'(x)$ lorsque cela est possible.

K08.17 **Marion**

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \ln\left(\frac{x^2 - 4x}{x^2 - 4x + 3}\right)$$

Déterminer le domaine de définition de f, son domaine de dérivabilité et exprimer $f'(x)$ lorsque cela est possible.

K08.18 **Inès**

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = e^{1/x}\sqrt{x(x+2)}$$

Déterminer le domaine de définition de f, son domaine de dérivabilité et exprimer $f'(x)$ lorsque cela est possible.

K08.19 **Mathilde B.**

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \exp\left(\frac{1}{1-x}\right)$$

Déterminer le domaine de définition de f, son domaine de dérivabilité et exprimer $f'(x)$ lorsque cela est possible.

K08.20 **Jean-Damien**

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \ln\left(\frac{x^x - 1}{x^x + 1}\right)$$

Déterminer le domaine de définition de f, son domaine de dérivabilité et exprimer $f'(x)$ lorsque cela est possible.

K08.21 **Manon V.**

Montrer que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x - \mathrm{Ent}(x)$$

est 1-périodique.

K08.22 **Juliette, Marie**

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|$$

Déterminer le domaine de définition de f et montrer que f est impaire sur D_f.
Déterminer le domaine de dérivabilité et exprimer $f'(x)$ lorsque cela est possible.
Enfin, calculer les limites de $f(x)$ aux bornes du domaine de définition.

K08.23 **Matthieu P.**

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}$$

Déterminer le domaine de définition D_f de f.
Calculer $f'(x)$ là où c'est possible, et en déduire les variations de f
Déterminer les limites de f aux bornes de D_f.
Tracer la courbe de D_f.
Montrer que $\mathcal{C}_f$ admet un axe de symétrie.

$\boxed{\textbf{K08.24}}$ **Adèle**

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \frac{\ln(x^3 - 1)}{\ln(-x^2 + 3x - 2)}$$

Déterminer le domaine de définition D_f de f.
Montrer que f admet une limite finie en 1^+
Montrer que f tend vers $-\infty$ en 2^-
Quel est le signe de f sur D_f ? Calculer $f'(x)$ là où c'est possible.

$\boxed{\textbf{K08.25}}$ **Constance Be.**

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \exp\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

Etudier la fonction f (Domaine de définition, limites aux bornes, dérivée et variations). Tracer l'allure de $\mathcal{C}_f$.

$\boxed{\textbf{K08.26}}$ **Claire, Mathilde B.**

Déterminer

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(1 + x^2)}{x}$$

$\boxed{\textbf{K08.27}}$ **Damien**

Déterminer les limites de la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^2 - 6x + 5}$$

aux bornes de son ensemble de définition.

$\boxed{\textbf{K08.28}}$ **Martin**

Déterminer les limites de la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{3x^3 - 9x + 6}{x^3 + 12x^2 + 29x - 42}$$

aux bornes de son ensemble de définition.

$\boxed{\textbf{K08.29}}$ **Capucine, Inès**

Déterminer les limites de la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{e^{2x} + e^x + x}{e^x - x}$$

en $+\infty$ et $-\infty$.

$\boxed{\textbf{K08.30}}$ **Claire**

Déterminer les limites de la fonction f définie par :

$$f(x) = \left(\sin\left(\frac{1}{x}\right)\right)^x$$

en $+\infty$, après avoir déterminé l'ensemble de définition de f.

$\boxed{\textbf{K08.31}}$ **Mathilde L.**

Déterminer les limites de la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x - 10}$$

aux bornes de son ensemble de définition.

$\boxed{\textbf{K08.32}}$ **Alexandre, Marion**

Déterminer les limites de la fonction f définie par :

$$f(x) = x + 3 - xe^{2x}$$

en $+\infty$ et $-\infty$.

$\boxed{\textbf{K08.33}}$ **Jean-Damien**

Déterminer les limites de la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{\ln(x) + x - 1}{x + e^{-x}}$$

en $+\infty$ et 0^+.

$\boxed{\textbf{K08.34}}$ **Manon V.**

Déterminer les limites de la fonction f définie par :

$$f(x) = \ln(x^2 + 1) - 2\ln(x) + 1$$

aux bornes de son ensemble de définition.

$\boxed{\textbf{K08.35}}$ **Cécile**

Déterminer les limites de la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{x\ln(x)}{2^x}$$

aux bornes de son ensemble de définition.

$\boxed{\textbf{K08.36}}$ **Jean-Damien**

Déterminer les limites de la fonction f définie par :

$$f(x) = (x + 2)e^{1/x} - x$$

en $+\infty$.

K08.37 **Alexandre, Marion**

Déterminer les limites de la fonction f définie par :

$$f(x) = (1+x^2)^{\frac{1}{2x^3}}$$

en 0^+

K08.38 **Capucine, Inès**

Déterminer les limites de la fonction f définie par :

$$f(x) = x^2\left(\ln(x+1) - \ln(x)\right)$$

en $+\infty$.

K08.39 **Cécile**

Déterminer les limites de la fonction f définie par :

$$f(x) = \mathrm{Ent}(x)\cos\left(\frac{1}{x}\right)$$

en 0^+ et en $+\infty$.

K08.40 **Jean-Damien**

Etudier la limite en 0 de la fonction f définie par :

$$f(x) = x^2\mathrm{Ent}\left(\frac{1}{x}\right)$$

K08.41 **Constance Be., Manon P.**

Soient u et v deux fonctions croissantes et dérivables sur $\mathbb{R}$.
Montrer que $u+v$ et $u \circ v$ sont croissantes, mais pas forcément $u \times v$.