

Chapitre 15 - Intégration sur un segment

1 - Primitives d'une fonction

- Primitives d'une fonction : définition
- Elles diffèrent toutes d'une constante
- Toute fonction continue en admet au moins une
- Tableau des primitives usuelles

2 - Intégrale sur un segment

- Définition à l'aide d'une primitive
- Fonction $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$: primitive de f qui s'annule en a .
- Fonction $x \mapsto \int_{u(x)}^{v(x)} f(t)dt$: continuité et dérivabilité
- Linéarité, relation de Chasles
- Intégrale d'une fonction continue par morceaux
- Intégration par parties
- Changement de variables
- Intégrale des fonctions paires, impaires, périodiques.
- Positivité de l'intégrale, comparaisons
- Fonction positive d'intégrale nulle
- Intégrales et valeurs absolues

3 - Sommes de Riemann

- Lien entre intégrale et aire sous la courbe
- Subdivision régulière d'un segment $[a, b]$ en n segments
- Sommes de Riemann associées à f sur $[a, b]$
- Théorème de convergence lorsque f est continue sur $[a, b]$
- Cas particulier pratique : cas sur $[0, 1]$

Démonstrations exigibles :

- Propriétés de $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$
- Continuité et dérivabilité de $x \mapsto \int_{u(x)}^{v(x)} f(t)dt$
- Formule d'intégration par parties
- Formule de changement de variables

Savoirs faire exigibles :

- Connaître les primitives usuelles
- Savoir faire une intégration par parties
- Savoir faire un changement de variable
- Savoir dériver une intégrale fonction de ses bornes
- Savoir utiliser la positivité de l'intégrale
- Reconnaître une somme de Riemann (sur $[0, 1]$) et conclure