

Chapitre 11 - Espaces vectoriels

1 - Généralités

- Structure de \mathbb{K} -espace vectoriel
- Exemples usuels : \mathbb{K}^n , $\mathbb{K}[X]$, $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$
- Famille de vecteurs, comb. linéaires de vecteurs. Notation *Vect.*
- Sous-espaces vectoriels : ce sont des espaces vectoriels
- Sous-espaces vectoriels engendrés par une famille

2 - Familles libres et génératrices

- Familles génératrices d'un espace vectoriel
- Familles libres, familles liées
- Exemples : dans \mathbb{K}^n , dans $\mathbb{K}[X]$
- Cas des familles de polynômes de degrés étagés
- Cas des familles de 1 vecteur, de 2 vecteurs
- Une famille est liée ssi un vecteur est CL des autres
- Une sous-famille d'une famille libre est libre
- Unicité de l'écriture en CL d'une famille libre

3 - Bases et dimension

- Définition d'une base
- Exemples : bases canoniques dans \mathbb{K}^n , $\mathbb{K}_n[X]$, $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$
- Espaces vectoriels de dimension finie, dimension d'un evdf.
- Dimension des espaces vectoriels de dim finie usuels
- Familles libres/génératrices de n vecteurs
- Théorème de la base incomplète
- Dimension des sous-espaces vectoriels

4 - Sommes de sous-espaces vectoriels

- Somme de deux sous-espaces vectoriels
- Dimension d'une somme : formule de Grassmann
- Somme directe de deux sous-espaces vectoriels
- Comment voir si une somme est directe
- Sous-espaces vectoriels supplémentaires

Démonstrations exigibles :

- Famille génératrice où un vecteur est C.L. des autres
- Familles liées/libres de 1 ou 2 vecteurs
- Une famille est liée ssi un vecteur est CL des autres
- Une sous-famille d'une famille libre est libre
- Unicité de l'écriture en CL d'une famille libre

Savoirs faire exigibles :

- Savoir montrer qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel
- Savoir mettre un ensemble sous la forme d'un Vect
- Savoir déterminer si une famille est libre ou liée.
- Savoir trouver une base d'un espace vectoriel
- Savoir montrer qu'une famille est une base d'un ev
- Savoir déterminer la dimension d'un espace vectoriel
- Savoir déterminer l'intersection de deux sev
- Connaître parfaitement les dimensions des ev usuels