

Chapitre 01 - Suites, sommes et récurrences

1 - Généralités sur les suites

Ce paragraphe a pour principal but d'introduire les différents quantificateurs : \forall, \exists, \dots

- p -listes, suites infinies : définition, exemples : suites explicites, suites récurrentes, suites implicites.
- Suites monotones, (strictement ou non), suites monotones à partir d'un certain rang. Cas des suites à termes strictement positifs.
- Suites majorées, suites minorées, suites bornées.

2 - Règles de calculs avec les Σ

- Règles de calculs, somme $\sum_{k=p}^n 1$
- Changements d'indices. Principe des dominos.

3 - Raisonnements par récurrence

- Principe de récurrence simple, récurrence double.
- Sommes usuelles : $\sum_{k=1}^n k, \sum_{k=1}^n k^2, \sum_{k=1}^n k^3, \sum_{k=1}^n q^k$ ($q \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$)

4 - Suites usuelles

- Suites arithmétiques. Définition, expression explicite, somme des n premiers termes
- Suites géométriques. Définition, expression explicite, somme des n premiers termes
- Suites arithmético-géométriques. Méthode d'étude pour obtenir l'expression explicite.

Démonstrations exigibles :

- Pour $n \in \mathbb{N}$, $\sum_{k=1}^n k = \dots$
- Pour $n \in \mathbb{N}$, $\sum_{k=1}^n k^2 = \dots$
- Pour $n \in \mathbb{N}$, $\sum_{k=1}^n k^3 = \dots$
- Pour q réel et $n \in \mathbb{N}$, $\sum_{k=1}^n q^k = \dots$

Savoirs faire exigibles :

- Montrer qu'une suite est monotone.
- Faire un raisonnement par récurrence simple.
- Faire un raisonnement par récurrence double.
- Manipuler les Σ ou les Π (changements d'indice, dominos, ...)
- Bien connaître les sommes usuelles
- Manipuler les sommes arithmétiques et géométriques.
- Méthode pour étudier une suite arithmético-géométrique.

Exercice supplémentaire :

01.10 Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = -4, u_1 = 27$ et

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = -3u_{n+1} + 10u_n$$

Montrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = (-5)^{n+1} + 2^n$$