

Chapitre 06 - Continuité et dérivation

1 - Continuité d'une fonction

2 - Dérivabilité en un point

3 - Fonction dérivée

4 - Théorèmes de dérivation sur un intervalle

- Théorème Limite de la Dérivée prolongement \mathcal{C}^1 . (admis)
- Maximum/minimum/extremum local d'une fonction
- Théorème : condition nécessaire d'extremum local
- Théorème de Rolle. Interprétation graphique.
- Théorème des Accroissements Finis. Interprétation graphique.
- Inégalité des Accroissements Finis (deux formes).
- f est croissante sur $I \iff f'$ est positive sur I
- f est décroissante sur $I \iff f'$ est négative sur I
- f est constante sur $I \iff f'$ est nulle sur I
- CNS pour que f soit strictement croissante, stt. décroissante

5 - Convexité d'une fonction

- On se limite au cas des fonctions de classe \mathcal{C}^2 .
- Définitions à partir de la position des tangentes, de la variation de f' , du signe de f'' .
- Point d'inflexion d'une courbe.
- exp est convexe : $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \geq x + 1$
- ln est concave : $\forall x > 0, \ln(x) \leq x - 1$, $\forall h > -1, \ln(1 + h) \leq h$

Chapitre 07 - Développements limités

1 - Fonctions négligeables devant une autre

- Définition de $f(x) = o(g(x))$. Caractérisation par la limite
- Exemples : croissances comparées, puissances en $+\infty$ ou en 0.
- Propriétés : somme, produit.

2 - Développements limités

- Développement limité en 0, en x_0
- Partie régulière du DL_n , reste du DL_n .
- f admet un $DL_0 \iff f$ admet une limite au point
- f admet un $DL_1 \iff f$ est dérivable au point
- Théorème de Taylor-Young
- DL usuels en 0 à connaître au moins à l'ordre 3 :

$$\frac{1}{1-x}, \quad \frac{1}{1+x}$$

$$\ln(1+x), \quad \ln(1-x), \quad \exp(x)$$

$$(1+x)^\alpha, \quad \sqrt{1+x}$$

- Lien entre développement limité et équivalent.
- Opérations : sommes, produits, quotients, troncature
- Utilisations : limites, tangentes, comportement local

Démonstrations exigibles :

- f est croissante sur $I \iff f'$ positive sur I
-

Savoirs faire exigibles :

- Utiliser les Théorèmes de Rolle et Accroiss.Finis correctement
- Ecrire une Inégalité des Accroissements Finis
- Utiliser l'IAF pour les suites récurrentes (cf exos TD)
- Savoir démontrer si une fonction est convexe ou concave
- Connaître les inégalités de convexité pour ln ou exp
- Connaître parfaitement (ou retrouver en 30 sec) les $DL_3(0)$ usuels
- Manipuler les DL (sommes, produits, quotients)
- Interpréter un DL en terme de limite, tangente, position, ...