

## Chapitre 06 - Continuité et dérivation

### 1 - Continuité d'une fonction

- Continuité en un point, continuité sur un intervalle.
- Image d'un intervalle par une fonction continue
- Théorème des valeurs intermédiaires
- Fonction continue sur un segment : bornée et atteint les bornes
- Théorème de la bijection
- Application à l'existence/unicité de solutions d'équ.  $f(x) = 0$ .

### 2 - Dérivabilité en un point

- Rappels : fonction dérivable en un point
- Interprétation graphique : existence/équation d'une tangente
- Si  $f$  est dérivable en  $a$ , alors  $f$  est continue en  $a$
- Somme, produit, quotient de fonctions dérivables
- Composée de deux fonctions dérivables (admis)
- Dérivabilité de la réciproque d'une fonction bijective (admis)

### 3 - Fonction dérivée

- Fonction dérivée, fonctions de classe  $\mathcal{C}^0, \mathcal{C}^1, \mathcal{C}^n, \mathcal{C}^\infty$
- Exemples : dérivée  $k$ -ième de  $x \mapsto x^n$ , de  $x \mapsto 1/x$
- Exemples : dérivée  $k$ -ième de  $x \mapsto e^x$ , de  $x \mapsto \ln(x)$ ,
- Opérations dans  $\mathcal{C}^n(I)$  : somme, combinaison linéaire
- Produit de fonctions de classe  $\mathcal{C}^n$  : Formule de Leibniz (admis)
- Composition dans  $\mathcal{C}^n$ , fonctions bijectives de classe  $\mathcal{C}^n$ . (admis)

### 4 - Théorèmes de dérivation sur un intervalle

- Théorème Limite de la Dérivée prolongement  $\mathcal{C}^1$ . (admis)
- Maximum/minimum/extremum local d'une fonction
- Théorème : condition nécessaire d'extremum local
- Théorème de Rolle. Interprétation graphique.

Résultats non revus encore mais utilisables librement :

- $f$  est croissante sur  $I \iff f'$  est positive sur  $I$
- $f$  est décroissante sur  $I \iff f'$  est négative sur  $I$

### Démonstrations exigibles :

- Si  $f$  est strictement monotone sur  $I$ , alors  $f$  est injective.
- Dérivée d'un produit de fonctions dérivables
- Dérivée d'un quotient lorsque le dénominateur ne s'annule pas
- Théorème de Rolle.

### Savoirs faire exigibles :

- Savoir traduire qu'une fonction est continue en un point
- Etudier un prolongement par continuité en un point
- Savoir utiliser le Théorème des valeurs intermédiaires
- Savoir utiliser le Théorème de la Bijection
- Savoir montrer existence et/ou unicité "  $f(x) = 0$  "
- Etudier une suite implicite donnée par une équation "  $f_n(x) = 0$  "
- Ecrire proprement qu'une composée de fonctions est continue/dérivable
- Savoir traduire qu'une fonction est dérivable en un point
- Savoir écrire l'équation de la tangente en un point
- Connaître parfaitement toutes les formules de dérivées
- Savoir calculer des dérivées de composées de fonctions usuelles.
- Savoir écrire la formule de la dérivée de la réciproque
- Savoir utiliser le Théorème Limite Dérivée (prolongement  $\mathcal{C}^1$ )
- Plus globalement, savoir étudier une fonction (domaine, limites, variations, prolongements, ...)

*Aucune étude de dérivée  $n$ -ième n'est un objectif pour l'instant*

*Théorème de Rolle : uniquement en cours pour cette khôlle*

*Accroissements finis (théorème et inégalités) : prochaine khôlle*

*Convexité : prochaine khôlle*

*DL : prochaine khôlle*