

Chapitre 14 - Convergence des suites

1 - Rappels : suites usuelles

- Rappels : suites monotones, majorées/minorées, bornées
- Rappels : suites arithmético-géométriques
- Nouveauté : suites récurrentes linéaires doubles

2 - Suites convergentes

- Limite d'une suite : avec les quantificateurs
- Opérations sur les limites, formes indéterminées
- Composition des limites par une fonction
- Limites et inégalités, théorèmes d'encadrement
- Limites et valeurs absolues
- Suites extraites, cas des suites (u_{2n}) et (u_{2n+1})
- Théorème de la limite monotone.
- Suites adjacentes : définition et théorème
- Tout réel est limite d'une suite de rationnels.

3 - Comparaison des suites

- Suites équivalentes : définition et caractérisation
- Equivalents usuels pour les suites tendant vers 0
- Suite négligeable devant une autre : définition et caractérisation
- Equivalence $u_n \sim v_n \Leftrightarrow u_n - v_n = o(v_n)$
- Croissances comparées entre les suites $n!$, e^{an} , $(\ln(n))^b$, n^c
- Propriétés des relations \sim et o
- Suite dominée par rapport à une autre : définition et caract.

4 - Suites récurrentes $u_{n+1} = f(u_n)$

- Suites bien définies, intervalles stables par f
- Si (u_n) converge, c'est vers un point fixe de f
- Si f est croissante, alors (u_n) est monotone
- Si f est décroissante, alors (u_{2n}) et (u_{2n+1}) sont monotones
- Utilisation de l'Inégalité des Accroissements Finis

Démonstrations exigibles :

- Théorème des suites adjacentes
- Pour tout $x \in \mathbb{R}$, calcul de $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$

Savoirs faire exigibles :

- Savoir appliquer l'Inégalité des Accroissements Finis.
- Montrer qu'une suite est croissante/décroissante
- Connaître parfaitement les suites arithmético-géométriques
- Connaître la méthode pour les suites récurrentes linéaires doubles.
- Savoir traduire $u_n \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} \ell$ ou $u_n \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} +\infty$ ou $u_n \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} -\infty$
- Savoir passer à la limite dans une inégalité
- Savoir utiliser les théorèmes de comparaison, d'encadrement.
- Savoir utiliser le théorème de la limite monotone.
- Savoir montrer que deux suites sont adjacentes, et l'utiliser.
- Savoir utiliser les suites extraites (u_{2n}) et (u_{2n+1}) .
- Connaître les équivalents usuels pour les suites tendant vers 0
- Connaître la méthode d'étude pour les suites $u_{n+1} = f(u_n)$.