Chapitre 11 - Espaces vectoriels

1 - Généralités

2 - Familles libres et génératrices

3 - Bases et dimension

4 - Sommes de sous-espaces vectoriels

voir programme Khôlle 8.

Chapitre 12 - Applications linéaires

1 - Définitions

- Applications linéaires de E dans F : définition
- Exemples, application nulle, application identité
- Somme d'applications linéaires, composition

2 - Noyau et image

- Noyau d'une application linéaire : c'est un sev
- f est injective $\Longleftrightarrow$ $\mathrm{Ker}(f) = \{0\}$
- Image d'une application linéaire : c'est un sev
- f est surjective $\Longleftrightarrow$ $\mathrm{Im}(f) = F$
- Si $E = Vect(\ldots)$, alors $\mathrm{Im}(f) = Vect(\ldots)$
- En dimension finie : rang et Théorème du rang

3 - Isomorphismes en dimension finie

- Si $\dim(E) = \dim(F)$, f injective $\Longleftrightarrow$ f surjective
- Image d'une famille libre par une application injective
- Caractérisation des isomorphismes par l'image des bases

Démonstrations exigibles :

- $\mathrm{Ker}(f)$ est un sous-espace vectoriel de E
- $\mathrm{Im}(f)$ est un sous-espace vectoriel de F
- f est injective $\Longleftrightarrow \mathrm{Ker}(f) = \{0\}$
- $E = Vect(\overrightarrow{u_1}, \ldots, \overrightarrow{u_n}) \Longrightarrow \mathrm{Im}(f) = Vect(f(\overrightarrow{u_1}), \ldots, f(\overrightarrow{u_n}))$
- Si $\dim(E) = \dim(F)$, alors f injective $\Longleftrightarrow$ f surjective
- Si $(\overrightarrow{e_1}, \ldots, \overrightarrow{e_n})$ libre et f injective, alors $(f(\overrightarrow{e_1}), \ldots, f(\overrightarrow{e_n}))$ libre.

Savoirs faire exigibles :

- Savoir montrer qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel
- Savoir mettre un ensemble sous la forme d'un Vect
- Savoir déterminer si une famille est libre ou liée.
- Savoir trouver une base d'un espace vectoriel
- Savoir montrer qu'une famille est une base d'un ev
- Savoir déterminer la dimension d'un espace vectoriel
- Connaître parfaitement les dimensions des ev usuels
- Savoir déterminer l'intersection de deux sev
- Savoir montrer que deux sev sont supplémentaires

- Savoir montrer qu'une application est linéaire
- Déterminer le noyau, l'image, le rang d'une appl.linéaire
- Savoir si une appl.linéaire est injective/bijective

- Savoir démontrer une inclusion d'ensembles
- Savoir démontrer une égalité d'ensembles
- Savoir démontrer une équivalence
- Savoir raisonner par conditions nécessaires/suffisantes