BILAN SUR LES SERIES (chap 12)

On considère une série à termes positifs (sinon on peut éventuellement regarder si la série est absolument convergente ce qui implique qu'elle converge)

La série diverge si :

- Son terme général ne tend pas vers 0 (divergence grossière)
- Son terme général est supérieur ou équivalent à celui d'une série divergente (série de Riemann où $\alpha \leq 1$, ou série géométrique où q $\notin]-1;1[$)

La série converge si :

- La suite des sommes partielles est majorée
- Son terme général est négligeable, inférieur ou équivalent à celui d'une série convergente (série de Riemann où $\alpha > 1$, ou série géométrique où q $\in]-1;1[$ ou série exponentielle)

https://www.youtube.com/watch?v=M7GpAfa8kAs

Autres méthodes : comparaison à une intégrale (méthode des rectangles); sommes partielles télescopiques

Séries de référence :

Dont on connaît la somme :

Séries géométriques : $(\sum q^n)_{n\geq 0}$

Elles convergent si et seulement si |q|<1

https://www.youtube.com/watch?v=HHcMFPf1sZk

Séries géométriques dérivées d'ordre 1 et 2 :

$(\sum n\, q^{n-1})_{n\geq 1}$; $(\sum n(n-1)\, q^{n-2})_{n\geq 2}$

Elles convergent si et seulement si |q|<1

Séries exponentielles $(\sum \frac{x^n}{n!})_{n\geq 0}$:

Elles convergent pour tout réel x

Autres séries de référence : Séries de Riemann $(\sum \frac{1}{n^{\alpha}})_{n\geq 1}$

Elles convergent si et seulement $\alpha > 1$

https://www.youtube.com/watch?v=Ingtep7lGdM

en particulier la série harmonique diverge:

https://ljk.imag.fr/membres/Bernard.Ycart/mel/sn/node18.html

https://youtu.be/kwhal8pBubo